

1

SISTEMAS DE ECUACIONES. MÉTODO DE GAUSS

Ecuaciones e incógnitas. Sistemas de ecuaciones

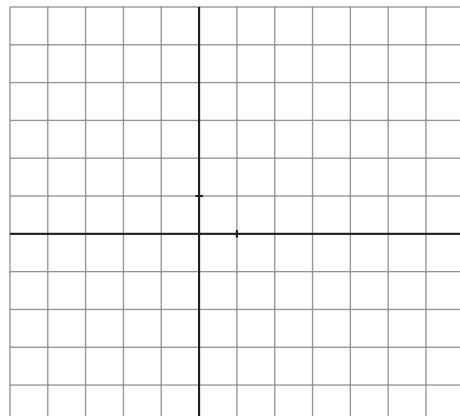
1. ¿Podemos decir que las dos ecuaciones siguientes son dos “datos distintos”?
¿No es cierto que la segunda dice lo mismo que la primera?

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases}$$

- Represéntalas gráficamente y observa que se trata de la misma recta.



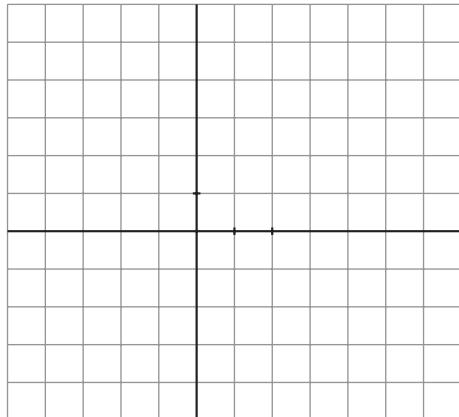
- Escribe otro sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas en el que la segunda ecuación sea, en esencia, igual que la primera. Interprétalo gráficamente.



2. Observa las ecuaciones siguientes:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

- Represéntalas gráficamente y observa que las dos primeras rectas determinan un punto (con esos dos datos se responde a las dos preguntas: $x = 2$, $y = 1$). Comprueba que la tercera recta también pasa por ese punto.

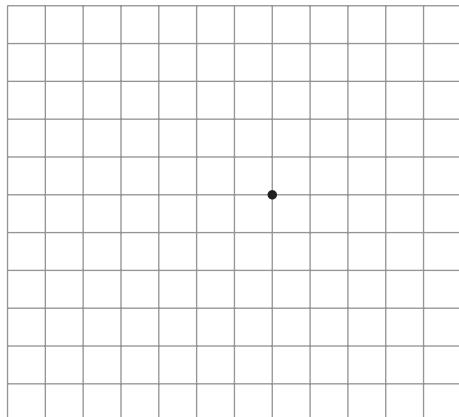


- Da otra ecuación que también sea “consecuencia” de las dos primeras.

Por ejemplo:

$$2 \cdot (1.^{\text{a}}) + 3 \cdot (2.^{\text{a}})$$

Represéntala y observa que también pasa por $x = 2$, $y = 1$.

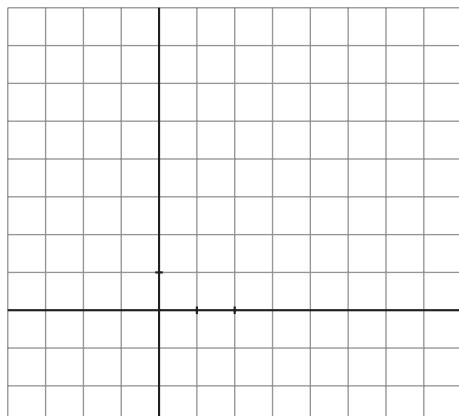


3. Considera ahora estas ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$

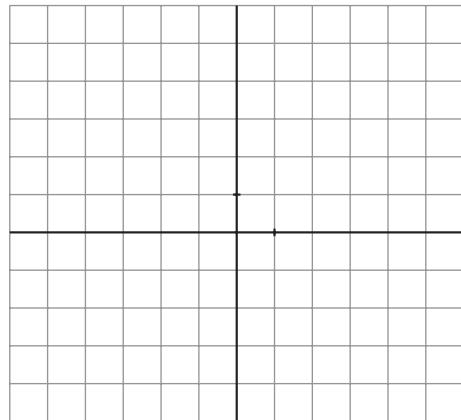
Observa que *lo que dice la segunda ecuación es contradictorio con lo que dice la primera*.

- Represéntalas y observa que se trata de dos rectas paralelas, es decir, no tienen solución común, pues las rectas no se cortan en ningún punto.



- Modifica el término independiente de la segunda ecuación del sistema que inventaste en el ejercicio 1 y representa de nuevo las dos rectas.

Observa que lo que dicen ambas ecuaciones es ahora contradictorio y que se representan mediante rectas paralelas.



1. Sin resolverlos, explica por qué son equivalentes los siguientes pares de sistemas:

a) $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y - z = 5 \\ x + y = 7 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x = 12 \end{cases}$

$\begin{cases} z = 2 \\ x + y = 7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y - z = 5 \\ x + y = 7 \\ 2x + 2y - z = 12 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y - z = 11 \\ x + 2y - z = 7 \end{cases}$

$\begin{cases} z = 2 \\ x + y = 7 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y - z = 11 \\ y = -4 \end{cases}$

Página 33

1. Resuelve e interpreta geométricamente los siguientes sistemas:

a)
$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 2y = 4 \\ x + y = 3 \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ y - z = 1 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$$
 c)
$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + y + z = 0 \\ x - z = 0 \end{cases}$$
 d)
$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ y - z = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

2. a) Resuelve este sistema:
$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

b) Añade una tercera ecuación de modo que siga siendo compatible.

c) Añade una tercera ecuación de modo que sea incompatible.

d) Interpreta geométricamente lo que has hecho en cada caso.

1. Reconoce como escalonados los siguientes sistemas y resuélvelos:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x = 7 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x = 6 \\ x + y + 3z = 7 \\ 5x - z = 4 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x - 2t = 6 \\ x + y + 3z = 7 \\ 5x - z + t = 4 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x + 3z = 0 \\ x + 3y - z = 7 \\ 4x = 4 \end{cases}$$

2. ¿Son escalonados estos sistemas? Resuélvelos:

$$\text{a) } \begin{cases} 2y + z = 1 \\ 2y = 1 \\ x + 2y + 2z = 1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + y + z = 7 \\ 2x - z = 4 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x + y + z = 3 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} z + t = 3 \\ y + 3z - 2t = 4 \\ 2z = 2 \\ x - z + 2t = 5 \end{cases}$$

3. Transforma en escalonados y resuelve:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - 3y = 21 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - y + 3z = -4 \\ x + y + z = 2 \\ x + 2y - z = 6 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - y - z = -4 \\ 3x + y + z = 8 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x - y + 3z = 0 \\ 3x - 2y - 5z + 7w = -32 \\ x + 2y - z + 3w = 18 \\ x - 3y + z + 2w = -26 \end{cases}$$

1. Resuelve estos sistemas de ecuaciones utilizando el método de Gauss:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 3x - 2y - z = 4 \\ -2x + y + 2z = 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x - 4y + 2z = 1 \\ -2x - 3y + z = 2 \\ 5x - y + z = 5 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x - 2y = -3 \\ -2x + 3y + z = 4 \\ 2x + y - 5z = 4 \end{cases}$$

2. Resuelve mediante el método de Gauss:

$$\text{a) } \begin{cases} x - y + 2z = 2 \\ -x + 3y + z = 3 \\ x + y + 5z = 7 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - y + w = 0 \\ x - 2y + z = 0 \\ 5x - y + z + w = 0 \\ 5x - 2y - z + 2w = 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x - y + w = 9 \\ x - 2y + z = 11 \\ 5x - y + z + w = 24 \\ 5x - 2y - z + 2w = 0 \end{cases}$$

1. Discute, en función del parámetro k , estos sistemas de ecuaciones:

a)
$$\begin{cases} 4x + 2y = k \\ x + y - z = 2 \\ kx + y + z = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 4x + 2y = k \\ x + y - z = 2 \\ kx + y + z = 0 \end{cases}$$

2. Discute estos sistemas de ecuaciones en función del parámetro k :

$$\text{a)} \begin{cases} kx + y - z = 8 \\ x + y + z = 0 \\ 2x + z = k \end{cases}$$

$$\text{b)} \begin{cases} x + y + z = 1 \\ y + kz = 1 \\ x + 2y = k \end{cases}$$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS

Resolución e interpretación geométrica de sistemas lineales

- 1** Resuelve e interpreta geométricamente los siguientes sistemas:

$$\text{a) } \begin{cases} -x + 2y = 0 \\ 2x + y = -5 \\ (3/2)x - 3y = 0 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - y = 1 \\ 2x + 4y = 0 \end{cases}$$

- 2** Halla, si existe, la solución de los siguientes sistemas e interprétalos geométricamente:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + y = 2 \\ x - y = 1 \\ 5x - y = 4 \\ 2x + 2y = 1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + 2y = -1 \\ 2x - y = 3 \\ 5x + y = 8 \end{cases}$$

3 Resuelve e interpreta geométricamente los siguientes sistemas:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x + z = 2 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y + z = 1 \\ 3x + z = 4 \end{cases}$$

4 Resuelve e interpreta geométricamente estos sistemas:

a)
$$\begin{cases} x + y - z = 5 \\ x - y + z = 3 \\ 2x = 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ 2x + y - z = 3 \\ y - z = 0 \end{cases}$$

5 Razona si estos sistemas tienen solución e interprétilos geométricamente:

a)
$$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x + 4y - 2z = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} -x + 3y + 6z = 3 \\ (2/3)x - 2y - 4z = 2 \end{cases}$$

Sistemas escalonados

6 Resuelve los siguientes sistemas reconociendo previamente que son escalonados:

a)
$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 23y = -69 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} -y + z = 1 \\ 9z = 2 \\ 3x - y + z = 3 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} -2x = 0 \\ x + y - z = 9 \\ x - z = 2 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 0 \\ 3x - y = 0 \\ 2y = 1 \end{cases}$$

7 Resuelve los siguientes sistemas:

a)
$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ y = 5 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ y + z = 2 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x + y - z + t = 4 \\ y + z - t = 3 \\ z + 2t = 1 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x + y - t = 2 \\ y + z = 4 \\ y + t - z = 1 \end{cases}$$

8 Transforma en escalonados y resuelve los sistemas siguientes:

a)
$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + y = 0 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x + y = 0 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

9 Transforma en escalonados y resuelve los siguientes sistemas:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y = 7 \\ 5x + 3y = -10 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} -y + z = 1 \\ x - 2y - z = 2 \\ 3x - y + z = 3 \end{cases}$$

Método de Gauss

s10 Resuelve aplicando el método de Gauss:

a)
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = -2 \\ x + z = 3 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + 3y + 2z = 0 \\ 2x + 4y + 3z = 0 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 3x + 2y + z = 1 \\ 5x + 3y + 3z = 1 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 3x + 4y - z = 3 \\ 6x - 6y + 2z = -16 \\ x - y + 2z = -6 \end{cases}$$

s11 Resuelve aplicando el método de Gauss:

a)
$$\begin{cases} 2x + 5y = 16 \\ x + 3y - 2z = -2 \\ x + z = 4 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ 5x + 3y + 3z = 3 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$

s12 Resuelve, si es posible, los siguientes sistemas:

a)
$$\begin{cases} x + 2y + z = 9 \\ x - y - z = -10 \\ 2x - y + z = 5 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ 2x - y + z = -1 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} -x + 2y - z = 1 \\ 2x - 4y + 2z = 3 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 0 \\ 3x - y = 0 \\ 4x + y - z = 0 \end{cases}$$

s13 | Estudia y resuelve por el método de Gauss:

a)
$$\begin{cases} -x + y + 3z = -2 \\ 4x + 2y - z = 5 \\ 2x + 4y - 7z = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} y + z = -1 \\ x - y = 1 \\ x + 2y + 3z = -2 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 5x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + 2y + z = 3 \\ x - 2y + 2z = -3 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x - y + 3z - 14t = 0 \\ 2x - 2y + 3z + t = 0 \\ 3x - 3y + 5z + 6t = 0 \end{cases}$$

14 Clasifica los siguientes sistemas en compatibles o incompatibles:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + y - z = 3 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + z = 2 \\ x - y + z = 1 \end{cases}$$

s15 Estudia y resuelve por el método de Gauss:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + 5z = 11 \\ x - 5y + 6z = 29 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 3y + z = 0 \\ x + 2y - z = 0 \\ 4x + y - z = 0 \end{cases}$$

Discusión de sistemas de ecuaciones

16 Discute los siguientes sistemas según los valores del parámetro m :

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y = 3 \\ y = 1 \\ 2y = m - 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - 2y + z = 3 \\ y + 2z = 0 \\ 3y + 7z = m \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + y - z = 1 \\ -2y + 8z = 3 \\ mz = 1 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x - y = 0 \\ 3x + z = 0 \\ (m - 5)z = 0 \end{cases}$$

s17 Discute los siguientes sistemas y resuélvelos cuando sea posible:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y = 4 \\ -x + y/2 = -2 \\ x + ky = 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x - 2y + z = 3 \\ 5x - 5y + 2z = m \end{cases}$$

s18 Resuelve cada uno de los siguientes sistemas para los valores de m que lo hacen compatible:

a)
$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x - y = 1 \\ 4x + 3y = m \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x - y - 2z = 2 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ 3x + z = 3 \\ x + 2y + 5z = m \end{cases}$$

s19 Resuelve por el método de Gauss:

a)
$$\begin{cases} x + 2z = 11 \\ x + y = 3 \\ y + z = 13 \\ x + y + z = 10 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ x - y + z - t = 0 \\ x + y - z - t = -1 \\ x + y + z - t = 2 \end{cases}$$

s20 Discute los siguientes sistemas de ecuaciones:

a)
$$\begin{cases} x - y - z = k \\ x - y + 2z = 1 \\ 2x + y + kz = 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x + 3y + z = 0 \\ 3x + ay + 4z = 0 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ mx + y - z = 1 \\ 3x + 4y - 2z = -3 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 3x + 2y + az = 1 \\ 5x + 3y + 3z = 2 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

s21 Discute y resuelve en función del parámetro:

$$\text{a) } \begin{cases} -x + my + z = 2 \\ 2x - y + 2z = 0 \\ -x - 3z = -2 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 3x + 2y + az = 5 \\ 2x + y + z = 3 \end{cases}$$

s22 Discute los siguientes sistemas según los valores de α e interprétales geométricamente:

a)
$$\begin{cases} \alpha x - y = 1 \\ x - \alpha y = 2\alpha - 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + 3y - 5z = -16 \\ x + \alpha y - z = 0 \end{cases}$$

23 A, B y C son tres amigos. A le dice a B: *si te doy la tercera parte de mi dinero, los tres tendremos la misma cantidad.*

Calcula lo que tiene cada uno si entre los tres tienen 60 €.

s24 Un almacenista dispone de tres tipos de café: el A, de 9,80 €/kg; el B, de 8,75 €/kg, y el C, de 9,50 €/kg. Desea hacer una mezcla con los tres tipos de 10,5 kg a 9,40 €/kg. ¿Cuántos kilos de cada tipo debe mezclar si tiene que poner del tipo C el doble de lo que ponga del A y del B?

s25 Halla un número de tres cifras sabiendo que estas suman 9; que si al número dado se le resta el que resulta de invertir el orden de sus cifras, la diferencia es 198, y que la cifra de las decenas es media aritmética de las otras dos.

☞ Si x es la cifra de las unidades; y , la de las decenas, y z , la de las centenas, el número será $x + 10y + 100z$.

s26 Dos amigos invierten 20 000 € cada uno. El primero coloca una cantidad A al 4% de interés; una cantidad B, al 5%, y el resto, al 6%. El otro invierte la misma cantidad A al 5%; la B, al 6%, y el resto, al 4%.

Determina las cantidades A, B y C sabiendo que el primero obtiene unos intereses de 1 050 €, y el segundo, de 950 €.

s27 Una tienda ha vendido 600 ejemplares de un videojuego por un total de 6 384 €. El precio original era de 12 €, pero también ha vendido copias defectuosas con descuentos del 30% y del 40%.

Sabiendo que el número de copias defectuosas vendidas fue la mitad que el de copias en buen estado, calcula a cuántas copias se les aplicó el 30% de descuento.

- 28** Se dispone de tres cajas A, B y C con monedas de 1 euro. Se sabe que en total hay 36 euros. El número de monedas de A excede en 2 a la suma de las monedas de las otras dos cajas. Si se traslada una moneda de la caja B a la caja A, esta tendrá el doble de monedas que B. Averigua cuántas monedas había en cada caja.
- 29** Un automóvil sube las cuestas a 54 km/h, las baja a 90 km/h y en llano marcha a 80 km/h. Para ir de A a B tarda 2 horas y 30 minutos, y para volver de B a A, 2 horas y 45 minutos. ¿Cuál es la longitud de camino llano entre A y B si sabemos que la distancia entre A y B es de 192 km?

- s30** Tres amigos acuerdan jugar tres partidas de dados de forma que cuando uno pierda entregará a cada uno de los otros dos una cantidad igual a la que cada uno posea en ese momento. Cada uno perdió una partida, y al final cada uno tenía 24 €. ¿Cuánto tenía cada jugador al comenzar?

- s31** Una persona ha obtenido 6 000 € de beneficio por invertir un total de 60 000 € en tres empresas: A, B y C. La suma del dinero invertido en A y B fue m veces el invertido en C, y los beneficios fueron el 5% en A, el 10% en B y el 20% en C.

- Plantea un sistema de ecuaciones para averiguar la cantidad invertida en cada empresa.
- Prueba que si $m > 0$, el sistema es compatible determinado.
- Halla la solución para $m = 5$.

s32 Las edades de un hijo, su padre y su abuelo cumplen las siguientes condiciones: La suma de las edades del padre, del hijo y el doble de la del abuelo es 182 años.

El doble de la edad del hijo más la del abuelo es 100 años, y la del padre es α veces la de su hijo.

a) Halla sus edades suponiendo que $\alpha = 2$.

b) ¿Es posible que $\alpha = 3$?

c) Si $\alpha = 3$ y en la primera condición la suma es 200, ¿qué ocurre con el problema?

CUESTIONES TEÓRICAS

s33 ¿Es posible convertir este sistema en compatible indeterminado cambiando un signo?

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y + z = 1 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

- s34** Define cuándo dos sistemas de ecuaciones lineales son equivalentes. Justifica si son equivalentes o no los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + y - z = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = -1 \end{cases}$$

- 35** Si tenemos un sistema compatible indeterminado de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, ¿se puede conseguir un sistema incompatible añadiendo una tercera ecuación?
- 36** Si a un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas incompatible le agregamos otra ecuación, ¿podríamos lograr que fuera compatible indeterminado? ¿Y determinado? Justifica las respuestas.
- s37** Sean S y S' dos sistemas equivalentes con solución única que tienen iguales los términos independientes. ¿Podemos asegurar que tienen iguales los coeficientes de las incógnitas?
- 38** Encuentra razonadamente un valor de a para el cual el siguiente sistema es incompatible:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ (a-1)x = 1 \\ x + 3z = 2 \\ (a-2)z = 0 \end{cases}$$

¿Puede ser compatible indeterminado para el valor $a = 2$?

s39 Discute los siguientes sistemas en función del parámetro a y resuélvelos en el caso en que sean compatibles indeterminados:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y + z = a - 1 \\ 2x + y + az = a \\ x + ay + z = 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} ax + y - z = 0 \\ 2x + ay = 2 \\ -x + z = 1 \end{cases}$$

- s40** Encuentra razonadamente dos valores del parámetro a para los cuales el siguiente sistema sea incompatible:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ ax + y + 2z = 1 \\ x + 3z = 2 \\ 2x + az = 3 \end{cases}$$

- 41** Resuelve el siguiente sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + z + t = 17 \\ x + y + z + w = 16 \\ x + y + t + w = 15 \\ x + z + t + w = 14 \\ y + z + t + w = 14 \end{array} \right.$$

👉 Si sumas las cinco igualdades, obtendrás otra con la que se te pueden simplificar mucho los cálculos.

- 42** Una cuadrilla de cinco jardineros debía podar una plantación trabajando de lunes a viernes. Cada día, cuatro podaban y el otro les ayudaba. Cada jardinero podó el mismo número de árboles cada día.

Los resultados de la poda fueron: lunes, 35 árboles podados; martes, 36; miércoles, 38; jueves, 39, y el viernes no sabemos si fueron 36 ó 38.

Calcula cuántos árboles diarios podó cada uno, sabiendo que fueron números enteros y que ninguno podó los cinco días.

AUTOEVALUACIÓN

1. Resuelve e interpreta geométricamente los sistemas siguientes:

a)
$$\begin{cases} 2x + 6y = 0 \\ 3x - 2y = 11 \\ -x + 3y = 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ y - z = 3 \end{cases}$$

- 2.** Resuelve por el método de Gauss el siguiente sistema e interprétilo geométricamente:
- 3.** Una compañía tiene tres camiones (P, Q y R), en los que caben exactamente un cierto número de contenedores de tres tipos (A, B y C), de acuerdo con la siguiente tabla:

	A	B	C
P	5	3	4
Q	2	5	5
R	4	3	6

Si se han de transportar 45 contenedores del tipo A, 44 del tipo B y 58 del tipo C, ¿cuántos viajes ha de hacer cada camión si todos los viajes los efectúan totalmente llenos?

4. Sean las ecuaciones:
$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 5 \\ 2x - 3y + z = -4 \end{cases}$$

- a) Añade una ecuación para que el sistema sea incompatible.
- b) Añade una ecuación para que el sistema sea compatible determinado.

Justifica en cada caso el procedimiento seguido.

5. Se considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ x + ay + 3z = 2 \\ 2x + (2 + a)y + 6z = 3 \end{cases}$$

- Encuentra un valor de a para el cual el sistema sea incompatible.
- Discute si existe algún valor de a para el cual el sistema sea compatible determinado.
- Resuelve el sistema para $a = 0$.

6. Discute este sistema según los valores de a . Interprétalo geométricamente:

$$\begin{cases} ax + y + z - 4 = 0 \\ x + y + z + 1 = 0 \\ x - ay + z - 1 = 0 \end{cases}$$

